

2017年 東大文系数学第3問.

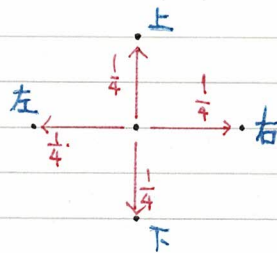
理系第2問

(1)

 $t-s = -1$ となるのは、

(1, 0) に移動するが、

(0, -1) に移動する場合

なので、 $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ (2) (m, n) から $(m+1, n)$ に移動するのを 右 $(m-1, n)$: 左 $(m, n+1)$: 上 $(m, n-1)$: 下 と呼ぶ。 $y = 0$ 上にある \Leftrightarrow $y - x = 0$ 上にある、と17. $y - x$ の値を計算すると、上と左の時に $+1$ 下と右の時に -1 となり、確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ ずつである。6秒後に、 $y = 0 \Leftrightarrow y - x = 0$ 上にあるのは、 $+1$ の移動 (上か左) が 3回、 -1 の移動 (下か右) が 3回 起こればよい。

$$\text{よって、} {}_6C_3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{5}{16}$$

(1) は、文系(2)と同じなので、省略

(2) 6秒後に原点にありということでは、

左と右が同じ回数発生し、かつ

上と下が同じ回数発生した場合である。

さて、その組を数え上げると、

(左右上下) = (3, 3, 0, 0) (2, 2, 1, 1)

(1, 1, 2, 2) (0, 0, 3, 3)

の4通りがある。

$${}_n C_m = \frac{(n+m)!}{n!m!}$$

・ (3, 3, 0, 0) の場合の確率は、

左, 左, 左, 右, 右, 右 の並び替えが ${}_6 C_3 = \frac{6!}{3!3!}$ 通りありのび。

$${}_6 C_3 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{20}{4^6} \text{ である。}$$

・ (0, 0, 3, 3) の場合の確率は、上と同様に、

$$\frac{20}{4^6} \text{ である。}$$

・ (1, 1, 2, 2) と (2, 2, 1, 1) の場合の確率は、共に

$${}_6 C_1 \times {}_5 C_1 \times {}_4 C_2 \times {}_2 C_2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 \\ = \frac{6!}{1!1!2!2!} \times \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{180}{4^6} \text{ である。}$$

よって、求める確率は、

$$\frac{20}{4^6} \times 2 + \frac{180}{4^6} \times 2 = \frac{400}{4^6} = \frac{25}{256}$$